**שאלה 1:**

**סעיף 1: הטענה לא נכונה.**

**דוגמא נגדית:**  .

**מדובר בפונקציה מהטבעיים לממשיים שעבור** , c = 2, לכל n>n0

**כלומר, .**

**אבל מצד שני,**  **כי** **היא פונקציה מונוטונית שואפת ל-0 ולכן לא קיים n טבעי ו – с עבורם**

**ולכן**  כלומר, .

**ולכן, מצאנו דוגמא נגדית והוכחנו שהיא נכונה וסותרת את הטענה.**

*סעיף 2: הטענה נכונה.*

*ההוכחה נובעת ישירות מהגדרת השאלה:*

***נתון כי*** *k>0*  ***ולכן לכל*** *k****,*** ***כלומר נובע ישירות מההגדרה שעבור קבוע*** *c = 1* ***,***

*סעיף 3: הטענה לא נכונה.*

***ניעזר באותה דוגמא נגדית כמו בסעיף הראשון:***  .

ידוע כי **, בעוד שלכל** c**,** . **ולכן לכל** с>0, k>0 **שנבחר, ולכל** n **טבעי מספיק גדול, נקבל כי:**

*כלומר מצאנו דוגמא שבה לפי ההגדרה:*

*סעיף 4: הטענה לא נכונה!*

*דוגמא נגדית:*

*נסביר:*  ***נוכיח כי*** ***ובכך נסתור את הטענה.***

***נניח בשלילה כי הטענה נכונה ולכן קיים n0 עבורו לכל n>n0 ולקבוע c>0 מסוים מקיים:***

***כעת נוציא מאגף שמאל את ונקבל:***

***אבל, טענה זו לא נכונה עבור כל n באשר הוא שכן שואף לאינסוף וגם הביטוי*** ***שואף לאינסוף שכן הביטוי בתוך החזקה גדול בהכרח מאחד. ולכן גם מכפלתם תשאף לאינסוף. ולכן החל מ- n>n0 מסוים הביטוי כולו יהיה גדול מ c.***

***כלומר, הגענו לסתירה ועל כן מצאנו דוגמא נגדית שעונה לדרישות השאלה כך ש:***

*סעיף 5:* *הטענה לא נכונה!*

*דוגמא נגדית: ,*

***ולכן,*** ***שזה טריוויאלי, כי שתיהן שוות ל-1. וגם*** ***כי לכל n טבעי שונה מ-0 ועבור c = 1 למשל,***

***אבל נשים לב כי עבור כל c>0 שנבחר, קיים n>n0 כך ש: ולכן ניתן להסיק עפ"י הגדרה כי: .***

*כלומר מצאנו דוגמא נגדית שסותרת את הטענה.*

*סעיף 6: הטענה לא נכונה!*

*דוגמא נגדית:*

*נסביר****: לכל n טבעי ו- c<0 מתקיים -***

***כלומר הוכחנו ש:***

*אבל מצד שני, כפי שנלמד בהרצאה ובתרגול,*

*ולכן מצאנו דוגמא נגדית שסותרת את הטענה.*

*סעיף 7: הטענה נכונה!*

הוכחה**:**

**נתון כי וגם כי**  **ולכן נסיק כי:**

3)

**כעת נוכיח קודם כי :**

**מנתון 1 נובע כי לכל n0<n ו c0<0, מתקיים כי**

**ומנתון 4 נובע כי לכל n1<n ו c1<0 ,  מתקיים כי**

**כעת, לכל** n **שגדול מהאיבר המקסימלי מבין n0, n1  נוכל לאחד את המשוואות ולהסיק כי:**

**כעת נוכיח כי :**

**ההוכחה תהיה דומה רק הפעם ניעזר בנתונים 2 ו-3 ונסיק כי:**

**מנתון 3 נובע כי לכל n0<n ו c0<0, מתקיים כי**

**ומנתון 2 נובע כי לכל n1<n ו c1<0 ,  מתקיים כי**

**כעת, לכל** n **שגדול מהאיבר המקסימלי מבין n0, n1  נוכל לאחד את המשוואות ולהסיק כי:**

**ולכן, מהגדרת** , מתקיים כי  **.**

סעיף 8:

הטענה נכונה!

נוכיח אותה:

**נתון כי וגם כי**

**מחוקי לוגים נשים לב כי: וגם**

***ולכן,* לכל n0<n ו c0<0, מתקיים כי**

**1)**

**ולכל n1<n ו c1<0 ,  מתקיים כי**

**2)**

**כעת נחבר את המשוואות 1 ו- 2 וניעזר באי-שוויון המשולש ונקבל את הביטוי הבא:**

**כלומר, עפ"י ההגדרה, הוכחנו שלכל n שגדול מהאיבר המקסימלי בין n0 ל n1** :

**ולכן עפ"י ההגדרה:**

משל.

שאלה 2

1)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

הוכחות: